



Код участника

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Задание 1 (10 баллов)

В некотором регионе 60% работающих – бюджетники, и их зарплата в среднем на 20% ниже средней зарплаты по этому региону. На сколько процентов должна повыситься зарплата бюджетников, чтобы сравняться со средней зарплатой всех работающих?

Задание 2 (10 баллов)

Длины диагоналей граней $ABCD$, ABB_1A_1 и ADD_1A_1 параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ выражаются различными целыми числами. Какой наименьшей может быть сумма этих чисел?

Задание 3 (12 баллов)

На доске написаны все натуральные числа от 1 до 100. Можно любую пару чисел x , y заменять на $xу - 29x - 29y + 870$. Какое число останется после 99 таких операций?

Задание 4 (12 баллов)

Найдите множество значений выражения $\frac{ac}{ab + ac + bc}$ при условии, что a , b и c – положительные числа, удовлетворяющие неравенствам $a \leq b \leq c$.

Задание 5 (12 баллов)

Для чисел x, y, z, t из интервала $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ выполняется равенство

$$\cos 2x + \cos 2y + \cos 2z + \cos 2t = 4(\cos x \cos y \cos z \cos t - \sin x \sin y \sin z \sin t).$$

Докажите, что сумма некоторых двух из чисел x, y, z, t равна сумме двух остальных.

Задание 6. (14 баллов)

Дан треугольник ABC ; точка K на стороне AB и точка L на стороне BC таковы, что $AK = KL = LC$. На луче CB отмечена точка M , для которой $CM = AB$, а на прямой AL – точка N , для которой $MN \parallel AC$. Докажите, что $BN = AB$.

Задание 7 (14 баллов)

Зная, что $0,698 < \lg 5 < 0,699$, определите, у скольких из чисел $1, 5, 25, \dots, 5^n, \dots, 5^{100}$ десятичная запись начинается с единицы.

Задача 8 (16 баллов)

Каждый из 25 учеников 11«А» класса дружит ровно с двумя учениками 11«Б», а все ученики 11«Б» имеют разные наборы друзей в 11«А». Каким наибольшим может быть число учеников в 11«Б»?