



Код участника

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 1

Задание 1 (10 баллов)

Найдите такую пару чисел (x, y) , при которых выражение

$$x^2 + y^2 + 5 - xy - 2x - 2y$$

принимает наименьшее возможное значение.

Задание 2 (10 баллов)

1 января 1019 года количество золотых монет у купца Ивана относилось к количеству золотых монет у купца Петра как 3:7. Каждый день 1019 года, начиная со 2 января, у одного из них количество золотых монет увеличивалось (у Ивана – ровно на 7 монет, у Петра – ровно на 3 монеты), а у второго оставалось неизменным. Укажите ближайшую дату, когда отношение количества монет у Ивана к количеству монет у Петра снова может стать 3:7?

Задание 3 (12 баллов)

Дана бесконечная последовательность $-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots, (-1)^n n \dots$. Между первым и вторым членом вписали одну единицу, между вторым и третьим членом две единицы, между третьим и четвертым членом три единицы и т.д. В итоге получили последовательность $-1, 1, 2, 1, 1, -3, 1, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 1, -5 \dots$. Найдите сумму первых 2018 членов полученной последовательности.

Задание 4 (12 баллов)

Робот и сотрудники компании участвуют в викторине. Вероятность правильного ответа у робота равна $\frac{4}{5}$, а вероятность правильного ответа у сотрудника равна $\frac{2}{3}$, если отвечал мужчина, и равна $\frac{3}{7}$, если отвечала женщина. Вероятность того, что

ответ случайно выбранного сотрудника совпадет с ответом робота равна $1/2$. Чему равно отношение количества мужчин в компании к количеству женщин?

Задание 5. (12 баллов)

Пусть \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} – единичные векторы в пространстве. Докажите, что

$$\sqrt{1 - \vec{a} \cdot \vec{b}} \leq \sqrt{1 - \vec{b} \cdot \vec{c}} + \sqrt{1 - \vec{a} \cdot \vec{c}}.$$

Задание 6 (14 баллов)

Найдите все четверки натуральных чисел (k, l, m, n) , которые удовлетворяют равенству $k! + l! = m! - n!$

Задание 7 (14 баллов)

Дана такая числовая последовательность $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$, что $x_0 = 8$ и $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$ для всех $n \geq 0$. Докажите, что $64 < x_{2019} < 64,1$.

Задача 8 (16 баллов)

Диагонали AD , BE и CF выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ пересекаются в точке O . Известно, что площади треугольников AOB , COD и EOF равны 4, 6 и 9 соответственно. Какую наименьшую площадь может иметь данный шестиугольник?