

Всероссийская олимпиада школьников
 «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
 Предмет: «Математика»

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Проверяющий

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 2

Работа рассчитана на 240 минут, она содержит 8 заданий. Решать и оформлять решения заданий можно в любом порядке. Численные ответы не округлять.

- (10 баллов) На предприятии доля мужчин среди работников составляла 48%. По сокращению штата было уволено 25 человек, в том числе 10 мужчин. После этого доля мужчин среди работников стала равна $q\%$. Найдите все возможные целые значения q .
- (10 баллов) Через каждые три несмежные вершины куба проведена плоскость. На сколько частей эти плоскости разбивают куб?
- (12 баллов) Найдите значения дробей $A = \frac{\cos(\alpha + \beta + \gamma)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma}$ и $B = \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma}{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma}$, если числа α, β и γ таковы, что $A = 3B$.
- (12 баллов) Косинус двугранного угла при каждом из ребер AB, BC, CD и AD основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 0,8. Точки K, L, M и N являются проекциями точки S на биссекторные плоскости при рёбрах основания. Найдите отношение объёма многогранника $SKLMN$ к объёму пирамиды $SABCD$.
- (12 баллов) Последовательность (a_n) определена условиями $a_0 = a_1 = 1$ и $a_{n+2} = (n+3)a_{n+1} - (n+1)a_n$ для $n = 0, 1, 2, \dots, 98$. Найдите a_{100} .
- (14 баллов) На сторонах BC, CA и AB остроугольного неравностороннего треугольника ABC выбраны точки L, M и N соответственно. В треугольнике LMN проведена высота MP . Известно, что $AN = NM = ML = LC$ и что биссектриса угла ABC проходит через середину отрезка MP . Найдите величину угла ABC .
- (14 баллов) Число $a > 1$ таково, что неравенства $5 < a^n < 25$ выполняются ровно при четырёх натуральных значениях n . При скольких натуральных значениях n могут выполняться неравенства $25 < a^n < 125$?

Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Предмет: «Математика»

8. (16 баллов) В турнире 20 шахматистов, каждый сыграл по одной партии с каждым из остальных. В итоге нашлась цепочка участников A_1, A_2, K, A_n , где каждый, начиная с A_2 , набрал на $\frac{1}{2}$ очка больше, чем предыдущий. Найдите наибольшее возможное значение n ?