

Всероссийская олимпиада школьников  
«Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»  
Предмет: «Математика»

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Проверяющий

## ОЧНЫЙ ЭТАП

8-9 класс

*Вариант 2*

Работа рассчитана на 240 минут, она содержит 8 заданий. Решать и оформлять решения заданий можно в любом порядке. Численные ответы не округлять.

- (10 баллов) Состоятельный Крот сообщил Дюймовочке, что если разделить ее рост в сантиметрах на три и найденное число уменьшить на 10%, то получится ее рост в дюймах. Дюймовочка решила, что если ее рост в дюймах умножить на 3 и увеличить найденное число на 10%, то получится ее рост в сантиметрах. Крот указал на ошибку и назвал число, равное количеству процентов, на которые следует увеличить удвоенный рост Дюймовочки в дюймах чтобы получить верный рост в сантиметрах. Какое число назвал Крот? На сколько процентов от верного значения ошиблась Дюймовочка?
- (10 баллов) Натуральное число  $n$  является произведением  $2k + 1$  простых чисел  $p_1, p_2, \dots, p_{2k+1}$  в некоторых степенях, больших нуля. Может ли  $\frac{n}{p_1} - \frac{n}{p_2} + \dots - \frac{n}{p_{2k}} + \frac{n}{p_{2k+1}} = 0$ ?
- (12 баллов) На продолжении биссектрисы  $CL$  треугольника  $ABC$  за точку  $L$  взята точка  $M$ , так что  $LM = AC$ ,  $CM = BC$ . Докажите, что  $BM$  меньше периметра треугольника  $ACL$ .
- (12 баллов) Даны положительные числа  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  с суммой 2. Положительные числа  $b_1, b_2, \dots, b_{100}$  таковы, что все выражения  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \dots, \frac{a_{100}}{b_{100}}$  меньше 1000. Докажите, что сумма  $\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \dots + \frac{a_{100}^2}{b_{100}}$  меньше 2000.
- (12 баллов) Докажите, что для любого натурального  $n$  существует натуральное число, которое больше своей суммы цифр в  $\underbrace{11 \dots 11}_n$  раз.
- (14 баллов) Четырехугольник  $ABCD$  ( $AB > BC$ ) вписан в окружность  $\Omega$ . Известно, что  $AD = CD$ . Пусть биссектриса угла  $ADB$  пересекает  $AC$  в точке  $M$ , а  $AB$  – в точке  $N$ . Докажите, что треугольник  $MAN$  равнобедренный.
- (14 баллов) Зрители называют фокуснику натуральное число  $n > 2$ . Затем Фокусник пишет на доске натуральное число  $k > n$ . После чего зрители пишут предыдущие  $n$

Всероссийская олимпиада школьников  
«Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»  
Предмет: «Математика»

последовательных чисел  $k - 1, k - 2, \dots, k - n$ . Далее Фокусник стирает с доски одно из чисел так, что все оставшиеся числа являются составными. Как он это делает?

8. (16 баллов) Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Докажите, что можно построить три квадрата с центрами в точках  $A, B$  и  $C$  такие, что какие бы два из них не выбрали, существуют две прямые, на каждой из которых лежит по одной стороне каждого выбранного квадрата.