

**Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»**

ОТБОРОЧНЫЙ (ЗАОЧНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

8 и 9 классы

ВАРИАНТ 1

ЗАДАНИЕ 1. (10 БАЛЛОВ)

На диагонали AC прямоугольника $ABCD$ взяли точку E такую, что $AE:EC = 4:1$. Через точку E провели прямую параллельную стороне AD . Эта прямая пересекла стороны AB и CD в точках F и G соответственно. Найдите площадь треугольника AFE , если площадь прямоугольника $ABCD$ равна 100.

ЗАДАНИЕ 2. (10 БАЛЛОВ)

Шестизначное число $\overline{a2017b}$ делится на 72. Найдите это число.

ЗАДАНИЕ 3. (10 БАЛЛОВ)

Чему равно значение выражения $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 1002016 + 1002017$?

ЗАДАНИЕ 4. (10 БАЛЛОВ)

Найдите сумму корней уравнения $x^2 + 3x + 1 = \frac{2017}{x^2 + 3x}$.

ЗАДАНИЕ 5. (10 БАЛЛОВ)

На доске записаны числа $1, 2, \dots, 25$. Два случайных числа a и b стираются и вместо них записывается новое число $a + b - 10$. Это повторяется, пока на доске не останется только одно число. Какое число останется на доске?

ЗАДАНИЕ 6. (10 БАЛЛОВ)

Отец решил разделить между тремя сыновьями состояние в 2017 талеров. При этом старший должен получить в 2 раза больше денег чем младший, а средний больше младшего, но меньше старшего. Сколькими способами отец может разделить деньги, если каждому сыну должно достаться целое число талеров?

ЗАДАНИЕ 7. (10 БАЛЛОВ)

На всероссийский конкурс было подано 230 проектов, каждый из которых выполняли ровно два ученика. При этом 40% мальчиков и 25% девочек готовили свой проект с девочкой. Сколько девочек участвовало в конкурсе, если каждый школьник работал ровно над одним проектом?

ЗАДАНИЕ 8. (10 БАЛЛОВ)

На клетчатой бумаге нарисовали квадрат, содержащий 400 клеток. Каждую клетку этого квадрата покрасили в красный или синий цвет. Две клетки называются соседними, если они имеют общую сторону или общий угол. Каждая красная клетка имеет ровно три соседних красных клетки, а каждая синяя клетка имеет ровно четыре соседних красных клетки. Сколько клеток покрашено в синий цвет?

ЗАДАНИЕ 9. (10 БАЛЛОВ)

Для натуральных чисел n и m выполняется равенство $n + m + nm = 179$. Найдите наименьшее возможное значение суммы $n + m$.

ЗАДАНИЕ 10. (10 БАЛЛОВ)

Известно, что многочлен $p(x) = x^4 - x^3 - 13x^2 - 2x + a$ имеет четыре различных действительных корня x_1, x_2, x_3, x_4 и $p(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 9$. Найдите значение параметра a .

**Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»**

ОТБОРОЧНЫЙ (ЗАОЧНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

10 класс

ВАРИАНТ 1

ЗАДАНИЕ 1. (10 БАЛЛОВ)

Саша играет в компьютерную игру, каждый из 20 уровней которой заканчивается победой или поражением. За победу дается 4 очка, а за поражение снимается 6. В начале игры у Саши было 100 очков, а в конце игры 130. На скольких уровнях Саша одержал победу, если каждый уровень за игру проходится один раз?

ЗАДАНИЕ 2. (10 БАЛЛОВ)

Прямоугольник разбит на девять прямоугольников, как показано на рисунке. Числа внутри маленьких прямоугольников показывают их периметры.

Найдите периметр прямоугольника $ABCD$.

	6	
12	4	6
	8	

ЗАДАНИЕ 3. (10 БАЛЛОВ)

Известно, что $\sqrt{336 + 120\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$. Найдите числа a и b .

ЗАДАНИЕ 4. (10 БАЛЛОВ)

Сколько существует целых чисел n , для которых уравнение $|x^2 - 4x - 7| = n$ имеет ровно четыре различных действительных корня.

ЗАДАНИЕ 5. (10 БАЛЛОВ)

Последовательность чисел a_1, a_2, a_3, \dots такова, что $a_n = a_{n-1} - a_{n-2} + 25$ для всех $n \geq 3$. Найдите a_{2025} , если $a_1 = 20$ и $a_2 = 17$.

ЗАДАНИЕ 6. (10 БАЛЛОВ)

В треугольнике ABC на стороне BC взята точка D . Окружности, вписанные в треугольники ABD и ADC , касаются отрезка AD в одной точке. Найдите длину отрезка CD , если $AB = 137$, $AC = 241$, $BC = 200$.

ЗАДАНИЕ 7. (10 БАЛЛОВ)

Числа 1, -2 , 3 и -4 являются корнями уравнения $x^5 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. Найдите значение параметра d .

ЗАДАНИЕ 8. (10 БАЛЛОВ)

Множество A состоит из различных натуральных чисел, каждое из которых не больше 2017. Какое наибольшее число элементов может быть в множестве A , если сумма любых двух чисел этого множества не делится на 10?

ЗАДАНИЕ 9. (10 БАЛЛОВ)

Функция $f(x)$ такова, что для всех целых чисел x и y выполняются равенства $f(x + y) = f(x) + f(y) + 6xy + 1$ и $f(-x) = f(x)$. Найдите $f(3)$.

ЗАДАНИЕ 10. (10 БАЛЛОВ)

Различные натуральные числа n , m и k таковы, что $nmk + nm + nk + mk + n + m + k = 560$. Найдите сумму $n + m + k$.

**Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»**

ОТБОРОЧНЫЙ (ЗАОЧНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

11 класс

ВАРИАНТ 1

ЗАДАНИЕ 1. (10 БАЛЛОВ)

Функции $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что $g(x) = x^2 - 1$, а $f(g(x)) = \frac{1-x^2}{2-x^2}$.

Найдите $f(3)$.

ЗАДАНИЕ 2. (10 БАЛЛОВ)

Найдите сумму корней уравнения $(x\sqrt{x})^x = x^{x\sqrt{x}}$.

ЗАДАНИЕ 3. (10 БАЛЛОВ)

Прямоугольник $ABCD$ разбит на четыре прямоугольника, как показано на рисунке. Числа внутри трех прямоугольников показывают их площади.

Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

6	10
15	

ЗАДАНИЕ 4. (10 БАЛЛОВ)

В шкафу лежат 9 носков белого цвета, 20 носков черного цвета и несколько носков синего цвета. По утрам Вася вытаскивает два носка из шкафа, не глядя. Вероятность того, что эти носки окажутся синего цвета равна $\frac{1}{30}$. Сколько синих носков лежат в шкафу?

ЗАДАНИЕ 5. (10 БАЛЛОВ)

В параллелограмме $ABCD$ сторона AB больше BC , а угол DAB меньше, чем угол ABC . Серединные перпендикуляры к сторонам AB и BC пересекаются в точке M , лежащей на продолжении стороны AD . Найдите угол ABC , если угол MCD равен 15 градусам. (Ответ дайте в градусах.)

ЗАДАНИЕ 6. (10 БАЛЛОВ)

Даны 5 различных натуральных чисел x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5 , сумма которых равна 164 . Число M равно наибольшему из чисел $x_1 + x_2$, $x_2 + x_3$, $x_3 + x_4$ и $x_4 + x_5$. Какое наименьшее значение может принимать число M ?

ЗАДАНИЕ 7. (10 БАЛЛОВ)

На клетчатой бумаге нарисовали квадрат, содержащий 400 клеток. Каждую клетку этого квадрата покрасили в красный или синий цвет. Две клетки называются соседними, если они имеют общую сторону или общий угол. Каждая красная клетка имеет ровно три соседних красных клетки, а каждая синяя клетка имеет ровно четыре соседних красных клетки. Сколько клеток покрашено в синий цвет?

ЗАДАНИЕ 8. (10 БАЛЛОВ)

Найдите сумму всех натуральных чисел, цифры которых различны и принадлежат набору $\{2, 0, 1, 7\}$.

ЗАДАНИЕ 9. (10 БАЛЛОВ)

Замкнутая ломаная состоит из точек, координаты которых удовлетворяют уравнению $|x - 60| + |y| = \left| \frac{x}{4} \right|$. Найдите площадь фигуры, ограниченной этой ломанной.

ЗАДАНИЕ 10. (10 БАЛЛОВ)

Чему равен остаток от деления числа 179^{193} на 1000 ?